



Lösung zur Tafelübung 1

Antennen und Mehrantennensysteme WS2020/21

Aufgabe 1 Für den Empfang von Satellitenfernsehen (Ku-Band 10,7 GHz – 12,7 GHz) werden Parabolantennen mit einem Durchmesser von 60 cm und 1 m verkauft. Bestimmen Sie mit Hilfe einfacher Formeln den Gewinn und die Halbwertsbreite der Antennen.

Gewinn und Halbwertsbreite werden mit Gl. (3.23) und Gl. (3.21) im Skript bestimmt. Die Rechnung wird für die Frequenz $f = 11,7 \text{ GHz}$ durchgeführt. Als erster Schritt wird die Antennenwirkfläche A_W bestimmt. Hierfür wird die Fläche der Parabolantenne verwendet. Man erhält für $d = 0,6 \text{ m}$ eine Antennenwirkfläche von $A_W = \pi (d/2)^2 = 0,28 \text{ m}^2$ und $A_W = 0,79 \text{ m}^2$ für $d = 1 \text{ m}$. Mit Gl. (3.23) erhält man für eine Wellenlänge von $\lambda = c_0/f = 25,6 \text{ mm}$ einen Gewinn von

$$G = A_W \frac{4\pi}{\lambda^2} = 5352 = 37,3 \text{ dBi} \quad \text{für } d = 0,6 \text{ m}$$

$$G = 13287 = 41,8 \text{ dBi} \quad \text{für } d = 1 \text{ m}$$

Da die Antenne rotationssymmetrisch ist und damit die Halbwertsbreiten in θ - und in ψ -Richtung identisch sind, vereinfacht sich Gl. (3.21) und man erhält für die Halbwertsbreite:

$$G = \frac{26000 \cdot (1^\circ)^2}{\underbrace{\theta_{\text{HB}} \psi_{\text{HB}}}_{=\psi_{\text{HB}}^2}} \quad \Rightarrow \quad \psi_{\text{HB}} = \theta_{\text{HB}} = \sqrt{\frac{26000 \cdot (1^\circ)^2}{G}}$$

Mit den zuvor errechneten Werten für den Gewinn erhält man für die Halbwertsbreiten somit:

d	0,6 m	1 m
G_{linear}	5352	15100
G	37,3 dBi	41,8 dBi
$\psi_{\text{HB}} = \theta_{\text{HB}}$	2,2°	1,3°

Aufgabe 2 Bestimmen sie den ungefähren Flächenbedarf der Antenne eines Automobilradarsensors, der bei 77 GHz arbeitet und einen Öffnungswinkel von 2° in Azimut und 13° in Elevation hat.

Zunächst wird der Gewinn der Antenne mit Hilfe von Gl. 3.21 bestimmt:

$$G = \frac{26000 \cdot (1^\circ)^2}{\theta_{\text{HB}} \psi_{\text{HB}}} = \frac{26000 \cdot (1^\circ)^2}{2^\circ \cdot 13^\circ} = 1000 = 30 \text{ dBi}$$

Anschließend kann mit Gl. 3.23 die Antennenwirkfläche bestimmt werden:

$$A_W = \frac{\lambda^2 \cdot G}{4\pi} = \frac{(3,9 \text{ mm})^2 \cdot 1000}{4\pi} = 12 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 3 Der Antennengewinn eines Mobiltelefons sei -1 dBi. Berechnen Sie die Antennenwirkfläche der Antenne für das GSM-1800-Band (1,8 GHz), sowie GSM-900 (900 MHz) und vergleichen Sie diese mit den Abmessungen eines Mobiltelefons.

Bei einer Frequenz von $f = 1,8$ GHz und einem Gewinn von $G = -1$ dBi $= 0,8$ erhält man mit Gl. (3.23) folgende Antennenwirkfläche:

$$A_W = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_i = \frac{c_0^2}{f^2 4\pi} G$$

$$= 17,6 \text{ cm}^2$$

Für $f = 0,9$ GHz ergibt sich eine Antennenwirkfläche $A_W = 70,7 \text{ cm}^2$. Die Antennenwirkfläche ist damit größer als ein übliches Mobiltelefon. Die Angabe von Flächenwirkungsgraden ist daher nur bei Aper-
turantennen (z. B. Parabolantennen oder Hornantennen) sinnvoll. Ein unendlich dünner Dipol hat z.B. streng genommen gar keine Fläche, trotzdem kann man ihm eine Antennenwirkfläche zuweisen, da die Antenne einen Gewinn hat.

Aufgabe 4 Für eine GSM-1800-Basisstation (1,8 GHz) sollen Antennen mit einem Öffnungswinkel von 65° im Azimut und 55° bzw. 14° in der Elevation hergestellt werden. Bestimmen Sie den Gewinn dieser Antennen sowie den Flächenbedarf unter der Annahme, dass der Flächenwirkungsgrad der Antennen $\eta \leq 1$ ist.

Der Gewinn der Antenne wird mittels Gl. (3.21) im Skript bestimmt. Bei der Bestimmung des Flächenbedarfs wird davon ausgegangen, dass der Flächenwirkungsgrad gerade eins ist und die Fläche der Antenne der Antennenwirkfläche entspricht. Die Antennenwirkfläche wird mittels Gl. (3.23) bei einer Wellenlänge von $\lambda = c_0/f = 16,6 \text{ cm}$ (bei $f = 1,8$ GHz) bestimmt.

$$(3.21) \quad G = \frac{26000 \cdot (1^\circ)^2}{\theta_{HB} \psi_{HB}}; \quad (3.23) \quad A_W = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

θ_{HB}	55°	14°
G_{linear}	7,27	28,5
G	8,6 dBi	14,5 dBi
A_W	$0,016 \text{ m}^2$ 160 cm^2	$0,0629 \text{ m}^2$ 629 cm^2

Aufgabe 5 Ein Mobiltelefon (Gewinn -1 dBi) befinde sich in 40 km Entfernung von der Basisstation, welche eine Antenne nach Aufgabe 4 mit einem Öffnungswinkel von 14° in Elevation besitzt und eine Leistung von 10 W abstrahlt. Bestimmen sie zunächst das EIRP der Basisstation und die vom Mobiltelefon empfangene Leistung. Welches SNR haben Sie am Eingang Ihres Empfängers unter der Annahme, dass die Antennenrauschtemperatur 300 K beträgt (Bandbreite $B = 5$ MHz, Rauschzahl $NF = 3$ dB)?

Die EIRP (Equivalent Isotropic Radiated Power) ist das Produkt aus Antennengewinn und Sendeleistung. Sie gibt die Leistung an, die ein isotroper¹ Strahler (d. h. mit der gleichen Leistung in alle Raumrichtungen) abstrahlen müsste, um die gleiche Leistungsdichte zu erzeugen wie ein Strahler mit dem entsprechenden Antennengewinn.

¹Bitte den isotropen Strahler nicht mit isotropen Materialien verwechseln! Etwas ist isotrop, wenn es unabhängig von der Richtung ist. Ein isotroper Strahler strahlt in jede Raumrichtung gleich ab. Ein isotropes Material ist ein Material, dessen ε_r unabhängig von der Richtung des E -Feldes, bzw. – im Falle einer elektromagnetischen Welle – unabhängig von deren Polarisation ist. Bei einem anisotropen Material ist ε_r ein Tensor. Beispiele hierfür sind Kristalle wie Saphir, Kalkspat oder Lithiumniobat. In der Optik führt diese Anisotropie zur Doppelbrechung.

Mit den Angaben zur Signalleistung $P_S = 10 \text{ W}$ und dem Gewinn der Basisstationsantenne ($G_B = 14,6 \text{ dBi} = 28,6$) für $\theta_{\text{HB}} = 14^\circ$, woraus sich $P_{\text{EIRP}} = 28,6 \cdot 10 \text{ W} = 286 \text{ W}$ ergibt, kann mit der Entfernung r die Signalleistungsdichte S am Empfangsort bestimmt werden:

$$S = \frac{P_s \cdot G}{4\pi r^2} = \frac{P_{\text{EIRP}}}{4\pi r^2}$$

$$S = \frac{10 \text{ W} \cdot 28,6}{4\pi \cdot (40\,000 \text{ m})^2} = 1,4 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

Bei der Rechnung wird davon ausgegangen, dass die Antenne auf den Empfänger ausgerichtet ist. Andere, für den Mobilfunk typische Kanaleigenschaften (wie Mehrwegeausbreitung, Streuung und Dämpfung durch Vegetation und Gebäude, usw.) werden nicht berücksichtigt.

Zur Bestimmung der Empfangsleistung P_M muss eine Annahme über die Antennenwirkfläche gemacht werden. Wir verwenden die Antenne aus Aufgabe 2 mit einem Antennengewinn von -1 dBi .

$$P_M = S \cdot A_W = S \cdot \frac{G\lambda^2}{4\pi}$$

$$= \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \cdot G_S \cdot G_E \cdot P_S$$

Die letzte Form der Gleichung ist auch als Friis' Transmission Equation bekannt. Der Term $\left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2$ wird Freiraumdämpfung genannt.

f	1,8 GHz
A_W	17,6 cm ²
P_M	25,0 pW
P_M in dBm	-76 dBm

Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis ist das Verhältnis von Signalleistung zu Rauschleistung.

$$\text{SNR} = \frac{P_M}{P_N}$$

Bei der Berechnung der Rauschleistung P_N wird von (thermischen) Nyquist-Rauschen ausgegangen. Die Rauschleistung ist das Produkt aus der Boltzmannkonstante k , der (Rausch-) Temperatur T des Hintergrunds und der Bandbreite B des Signals: $P_N = kTB$ (Gl. 12.28). Zunächst müssen Annahmen bezüglich des Temperatur des Hintergrunds getroffen werden. Typische Werte sind 5 K für den Himmel, 300 K bei Zimmertemperatur und etwa 10 000 K für die Sonne. Die Ausrichtung auf den Himmel, bzw. die Sonne ist vor allem für die Satellitenkommunikation bedeutsam, für den Mobilfunk sind 300 K ein realistischer Wert.

$$P_N = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 300 \text{ K} \cdot 5 \text{ MHz} \cdot 2 = 4 \times 10^{-14} \text{ W} = -104 \text{ dBm}$$

Damit kann nun das Signal-zu-Rauschverhältnis bestimmt werden:

$$\text{SNR} = 28 \text{ dB.} \quad (1)$$

f	0,8 GHz	1,8 GHz	2,0 GHz	2,6 GHz
SNR	35 dB	28 dB	27 dB	25 dB

Aufgabe 6 Eine Raumsonde mit einer Parabolantenne von 3 m Durchmesser soll mit einer Bodenstation kommunizieren, die über eine Parabolantenne von 20 m Durchmesser verfügt. Es stehen hierfür das S-Band (2,2 GHz), das X-Band (8 GHz) und das Ka-Band (33 GHz) zur Auswahl. Die Raumsonde verfügt

über einen Sender mit 15 W und befindet sich 100 Millionen Kilometer von der Erde entfernt. Welche Leistung wird empfangen?

Die Rechnung erfolgt ähnlich wie bei Aufgabe 5, allerdings wird nun nicht mehr einem konstanten Antennengewinn, sondern einer konstanten Antennenwirkfläche gerechnet:

$$\begin{aligned} S_E &= \frac{1}{4\pi r^2} \cdot P_S \cdot G_S \\ &= \frac{1}{4\pi r^2} \cdot P_S \cdot \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot A_{w,S} \\ \Rightarrow P_E &= S \cdot A_{w,E} \\ &= \frac{1}{r^2} \cdot P_S \cdot \frac{1}{\lambda^2} \cdot A_{w,S} \cdot A_{w,E} \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die Empfangsleistung für die jeweiligen Frequenzen:

f	2,2 GHz	8 GHz	33 GHz
$P_{E,\text{linear}}$	$1,79 \times 10^{-16} \text{ W}$	$2,37 \times 10^{-15} \text{ W}$	$4,03 \times 10^{-14} \text{ W}$
P_E	-127,5 dBm	-116,3 dBm	-104,8 dBm

Bei gleichbleibender Antennenwirkfläche und Sendeleistung ist die Empfangsleistung bei 33 GHz um 23 dB größer als bei 2,2 GHz. Damit ließen sich im Ka-Band wesentlich höhere Datenraten erzielen als im S-Band. Dieser Vorteil wird jedoch mit einer kleineren Beambreite erkauft, was eine genauere Ausrichtung der Antennen aufeinander notwendig macht.

Aufgabe 7 Die Antenne eines SAR-Satelliten (TerraSAR-X, Höhe des Orbits 500 km) besitzt eine Größe von $4,8 \text{ m} \times 0,75 \text{ m}$. Sie arbeitet im X-Band bei einer Frequenz von 9,65 GHz. Welchen Gewinn und welche Halbwertsbreiten besitzt diese Antenne? Sie strahlt eine Leistung von 2 kW ab. Wie groß ist die maximale vom Satelliten auf der Erde erzeugte elektrische Feldstärke?

Gegeben ist eine Antenne mit den Kantenlängen $a = 4,8 \text{ m}$ und $b = 0,75 \text{ m}$. Der Gewinn wird über die Antennenwirkfläche von $A_W = 4,8 \text{ m} \cdot 0,75 \text{ m} = 3,6 \text{ m}^2$ nach (Gl. 3.23) bei einer Wellenlänge von $\lambda = c_0/f = 3,1 \text{ cm}$ bestimmt:

$$G = A_W \cdot \frac{4\pi}{\lambda^2} = 46708 = 46,7 \text{ dBi}$$

Die Bestimmung der Halbwertsbreiten mittels Gl. (3.21) ist nicht ohne weiters möglich, da die Antenne unsymmetrisch (d.h. $a \neq b$) ist und daher auch $\theta_{\text{HB}} \neq \psi_{\text{HB}}$ gilt. Allerdings ist zu erwarten, dass das Verhältnis der Längen zueinander gerade dem reziproken Verhältnis der Halbwertsbreiten entspricht: $\frac{a}{b} = \frac{\theta_{\text{HB}}}{\psi_{\text{HB}}}$. Unter Annahme einer konstanten Belegung der Antenne können die Halbwertsbreiten mittels Gl.(7.12) bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \psi_{\text{HB}} &= 51^\circ \cdot \frac{\lambda_0}{a} = 51^\circ \cdot \frac{c_0}{9,65 \text{ GHz} \cdot 4,8 \text{ m}} = 0,33^\circ \\ \theta_{\text{HB}} &= 51^\circ \cdot \frac{\lambda_0}{b} = 51^\circ \cdot \frac{c_0}{9,65 \text{ GHz} \cdot 0,75 \text{ m}} = 2,1^\circ \end{aligned}$$

Zum Schluss wird noch die Feldstärke des E-Felds in Hauptstrahlrichtung bei einer Leistung von $P =$

2000 W und einer Höhe von $r = 500$ km mit dem zuvor berechneten Gewinn bestimmt:

$$S = \frac{P_s \cdot G}{4\pi r^2} = \frac{2000 \text{ W} \cdot 46873}{4\pi \cdot (500 \text{ km})^2} = 2,984 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$$

$$S = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|E|^2}{Z_{F0}}$$

$$\Rightarrow E = \sqrt{2S \cdot Z_{F0}}$$

$$= 150 \text{ mV/m}$$

Aufgabe 8 Bestimmen Sie die Richtcharakteristik des Monopols der Länge $l = \lambda/4$ über einer unendlich ausgedehnten, unendlich leitfähigen Halbebene nach Abbildung 1. Die Strombelegung sei homogen.

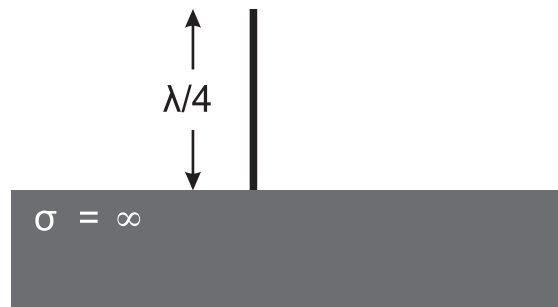


Abbildung 1: $\lambda/4$ -Monopol über eine unendlich leitfähigen Halbebene

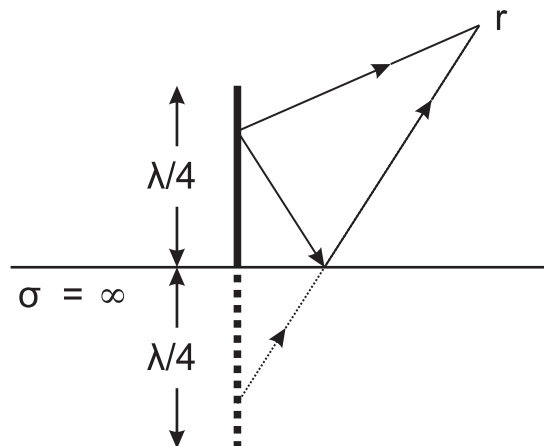


Abbildung 2: Spiegelungsprinzip am Beispiel eines $\lambda/4$ -Monopol über eine unendlich leitfähigen Halbebene. Der $\lambda/4$ -Monopol kann hier durch einen Dipol der Länge $\lambda/2$ ersetzt werden.

Zunächst einmal wenden wir das Spiegelungsprinzip an und ersetzen den Monopol der Länge $\lambda/4$ über einer leitenden Ebene durch einen Dipol der Länge $\lambda/2$. Das Spiegelungsprinzip ist in Abbildung 2 veranschaulicht. Des weiteren nehmen wir an, dass der Monopol in z -Richtung ausgerichtet ist. Aus der Voraussetzung, dass die Strombelegung homogen ist, folgt für $I(z)$

$$I(z) = \begin{cases} I_0 & \text{für } -\frac{\lambda}{4} \leq z \leq \frac{\lambda}{4} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Wichtige Grundlage dieser und der folgenden Aufgaben ist das Superpositionsprinzip, wonach das Gesamtfeld $\vec{E}_{\text{gesamt}}$ aus der Summe, bzw. dem Integral der Einzelfelder $\vec{E}_{\text{einzel}}$ besteht:

$$\vec{E}_{\text{gesamt}} = \sum \vec{E}_{\text{einzel}} \text{ bzw. } \int \vec{E}_{\text{einzel}}$$

In dieser Aufgabe werden Hertz'sche Dipole entlang der z -Achse integriert. Aus der Ausrichtung der Hertz'schen Dipole in z -Richtung folgt, dass wir im Fernfeld nur die E_θ -Komponente des Fernfeldes berücksichtigen müssen. Wir gehen daher von Gl. (6.1) im Skript aus und bringen die Gleichung in eine Form zur Integration entlang der z -Achse und vereinfachen die Gleichung mit der Fernfeldnäherung.

$$\begin{aligned} E_{\theta, \text{HD}} &= I_0 \cdot \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} j\omega \sin \theta \cdot \Delta z \\ \downarrow \quad \Delta z &\rightarrow dz \quad I_0 \rightarrow I(z) \quad r \rightarrow r(z) \\ E'_\theta &= I(z) \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{e^{-j\beta_0 r(z)}}{r(z)} j\omega \sin \theta dz \\ &\text{Fernfeldnäherung} \\ &\text{Amplitude: } r(z) \approx r(0) \\ &\text{Phase: } r(z) = r(0) + \Delta r(z) \text{ mit } \Delta r(z) = z \cos \theta \\ &= \underbrace{\frac{\mu}{4\pi} j\omega \frac{e^{-j\beta_0 r(0)}}{r(0)}}_{:=K} \sin \theta \cdot I(z) e^{j\beta_0 z \cos \theta} dz \end{aligned}$$

Nun können wir durch Integration entlang der z -Achse das Gesamtfeld E_θ bestimmen:

$$E_\theta = K \sin \theta \int I(z) e^{j\beta_0 z \cos \theta} dz \quad (2)$$

$$= K \cdot \sin \theta \cdot I_0 \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} e^{-j\beta_0 z \cos \theta} dz \quad (3)$$

$$= K \cdot \sin \theta \cdot I_0 \cdot \frac{\sin(\beta_0 \frac{\lambda}{4} \cos \theta)}{\frac{1}{2}\beta_0 \cos \theta} \quad (4)$$

$$\Downarrow \quad \beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (5)$$

$$= K \cdot \sin \theta \cdot I_0 \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\sin(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\frac{\pi}{2} \cos \theta} \quad (6)$$

Daraus folgt dann die in der Aufgabestellung gesuchte Richtcharakteristik $C(\theta)$ des Monopols über der unendlich leitenden Ebene.

$$C(\theta) = \frac{|E(\theta)|}{|E_{\text{max}}|} = \left| \sin \theta \frac{\sin(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\frac{\pi}{2} \cos \theta} \right|$$

In Abbildung 3 ist diese Richtcharakteristik sowie als Referenz die Charakteristik des Hertz'schen Dipols dargestellt.

Aufgabe 9 *Geben Sie einen allgemeinen Zusammenhang zwischen der Strombelegung und dem Fernfeld einer Antenne an.*

Zunächst beschränken wir uns auf Strombelegungen entlang einer Geraden. Im Folgenden nehmen wir an, es handele sich dabei um die z -Achse und die Strombelegung ist eine Funktion $I(z)$. Eine Übertragung auf andere Koordinatenachsen bzw. beliebige Geraden ist problemlos möglich.

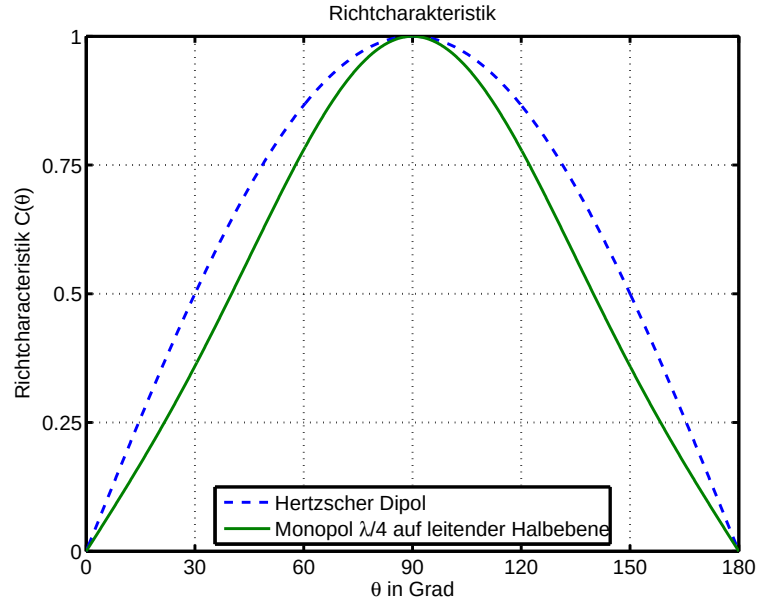


Abbildung 3: Richtcharakteristik eines Monopols der Länge $\lambda/4$ über einer unendlich leitfähigen Halbebene nach Aufgabe 8 im Vergleich zu einem Hertz'schen Dipol.

Wir sehen uns Gl. (3) aus Aufgabe 7 noch einmal an, stellen sie um und fassen ein paar Faktoren zusammen:

$$E_{\theta} = \underbrace{\frac{\mu}{4\pi} j\omega \sin \theta}_{\text{Element}} \cdot \underbrace{\frac{e^{-j\beta_0 r(0)}}{r(0)}}_{\text{Abstand}} \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} I(z) \cdot e^{-j\beta_0 \Delta r(z)} dz}_{\text{Gruppenfaktor: Fourier-Trafo von } I(z)}$$

Wir haben hier das Fernfeld in drei Faktoren unterteilt. Zum einen einen Elementfaktor, der nur vom Einzelement, dem Hertz'schen Dipol, abhängt. Dann einen Abstandsfaktor, in dem die Ausbreitung der Welle im freien Raum steckt. Der in der Aufgabenstellung gesuchte Zusammenhang steckt im letzten Faktor, genannten Gruppenfaktor. Dieser ist gerade die Fourier-Transformierte der Strombelegung $I(z)$.

Aufgabe 10 Bestimmen Sie eine Näherungsformel, die den Gewinn einer Antenne als Funktion des Halbwertsinkels (HPBW) angibt, unter der Annahme, daß die Richtcharakteristik durch folgende Funktion gegeben ist:

$$C(\theta, \psi) = C(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{für } \theta \leq \frac{\text{HPBW}_{\theta}}{2} = \alpha \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Gewinn einer beliebigen Richtcharakteristik wird nach Gl. (3.18) bestimmt:

$$G = \frac{4\pi}{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} C^2(\theta, \psi) \sin \theta d\theta d\psi}$$

$$G = \frac{4\pi}{2\pi \int_0^{\alpha} \sin \theta dx} = \frac{2}{-[\cos \theta]_0^{\alpha}} = \frac{2}{1 - \cos \alpha}$$

$$\text{mit } \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \dots$$

$$G = \frac{2}{\frac{\alpha^2}{2!}} = \frac{4}{\alpha^2} = \frac{16}{(HPBW_\theta)^2}$$

Um $HPBW_\theta$ in $^\circ$ einsetzen zu können, wird die Formel entsprechend umgeformt:

$$\frac{16}{(HPBW_\theta \frac{\pi}{180^\circ})^2} = \frac{52525 \cdot (1^\circ)^2}{(HPBW_\theta)^2}.$$

Aufgabe 11 Bestimmen sie den Radarrückstreuquerschnitt einer beliebig abgeschlossenen Antenne.

Der Radarrückstreuquerschnitt (RCS) σ ist das Verhältnis von zurück gestreuter, isotroper Leistung P_{isotrop} zur einfallenden Leistungsdichte S_i :

$$\sigma = \frac{P_{\text{isotrop}}}{S_i}$$

Die zurück gestreute Leistung P_{isotrop} ist dabei wie die vorher erwähnte EIRP zu interpretieren. Sie setzt sich aus zwei Effekten zusammen: Grundsätzlich führt ein Strom, der in der Antenne fließt dazu, dass die Antenne abstrahlt. Selbst also wenn die Antenne an die Last angepasst ist, d.h. für die Impedanz der Antenne Z_A und die Impedanz der Last Z_L die Beziehung $Z_A^* = Z_L$ gilt, wird die Antenne etwas abstrahlen. Dies lässt sich auch mit Hilfe des Ersatzschaltbildes einer Antenne (siehe 4) erklären: Sowohl an der Last Z_L als auch an der Antenne Z_A wird Leistung abgegeben.

Liegt nun eine Fehlanpassung vor, so wird nicht die maximal möglich Leistung an die Last abgegeben, sondern ein Teil davon entsprechend dem Reflexionsfaktor $\Gamma = \frac{Z_A - Z_L}{Z_A + Z_L}$ wieder abgestrahlt. Dieser Anteil ist leicht bestimmbar:

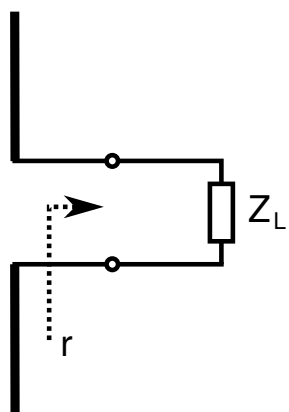
$$\begin{aligned} \text{Von der Antenne empfangene Leistung } P_E &= A_W \cdot S_E \\ &= \frac{\lambda^2 \cdot G}{4\pi} \cdot S_E \end{aligned}$$

$$\text{Zurückgestreute Leistung } P_T = P_E \cdot |\Gamma|^2 \quad \text{mit} \quad \Gamma = \frac{Z_A - Z_L}{Z_A + Z_L}$$

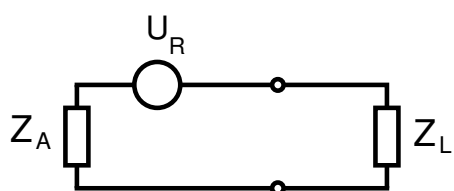
$$\begin{aligned} P_{T,\text{isotrop}} &= G \cdot P_T \\ &= \frac{\lambda^2 \cdot G^2}{4\pi} \cdot |\Gamma|^2 \cdot S_i \\ \Rightarrow \sigma_{\text{mismatch}} &= \frac{\lambda^2 \cdot G^2}{4\pi} \cdot |\Gamma|^2 \end{aligned}$$

Um nun den gesamten RCS zu bestimmen, muss der Einfluss der Fehlanpassung als auch die Streuung durch die Antenne selbst gemeinsam betrachtet werden. In der Literatur existieren viele verschiedene Ansätze um das Problem theoretisch zu behandeln. Ein einfacher Ansatz ist, einen zusätzlichen Parameter A einzuführen, der den Einfluss der Antennenstruktur berücksichtigt:

$$\sigma = \frac{\lambda^2 \cdot G^2}{4\pi} \cdot |A - \Gamma|^2$$



(Dipol-)Antenne mit Abschluss



Ersatzschaltbild

Abbildung 4: Aufgabe 11: Antenne mit Abschluss und zugehöriges Ersatzschaltbild einer Empfangsantenne